

# МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗ

УДК 330.4(470.2)

© Гаврилец Ю.Н.

© Чекмарева Е.А.

## Моделирование равновесного функционирования экономики в Северо-Западном федеральном округе\*

*Данная статья представляет результаты оценки характеристик экономического равновесия в регионах Северо-Западного федерального округа в период с 2000 по 2008 г. на основе простейших математических моделей, отражающих динамику потребительского спроса, предложения труда и интенсивности использования трудового потенциала в процессе рыночного функционирования региональной экономики.*

*Региональное экономическое равновесие, трудовая активность, общее равновесие, локальное равновесие, устойчивость.*



**Юрий Николаевич  
ГАВРИЛЕЦ**

доктор экономических наук, профессор, зав. лабораторией  
Центрального экономико-математического института РАН  
yurkag@mail.ru



**Елена Андреевна  
ЧЕКМАРЕВА**

младший научный сотрудник Института социально-экономического  
развития территорий РАН  
miteneva@inbox.ru

Изучение формирования и поддержания локального и общего экономического равновесия в процессе функционирования рынка является важной задачей, решение которой интересно и с практической точки зрения. Экономико-математические модели равновесного функционирования экономики, как и любые модели, не будучи точной копией моделируемого объекта, отражают его отдельные свойства, значимые для

решения конкретной задачи и понимания определённой стороны действительности. Примерами таких моделей служат модель поведения однородной группы «производители – потребители» [1, 4], модель поведения для случая двух кластеров [3], модель поведения  $m$  групп ( $m > 1$ ), связанных общим рынком производства и потребления продукции с ограничением на общее число «рабочих мест» и без него [1, 2, 4].

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №10-06-00362).

### 1. Модель

В данной статье представлены расчеты, проведённые по модели [4].

Рассматривается однопродуктовая статическая модель (далее – последовательность таких моделей, связанных между собой определённым образом). Основным элементом используемой для расчётов модели являются «участники» – представители некоторой однородной группы. В нашем случае в качестве групп рассматривались регионы Северо-Западного федерального округа, а «участниками» групп считались занятые и безработные жители региона, то есть экономически активное население.

Предположения модели:

- Поведение участников на рынке заключается в трудовой деятельности, в результате которой каждая группа производит продукт, и в потреблении выпущенного продукта. Кроме того, часть заработанных денежных средств группа отчисляет на «общественные нужды», налоги, сбережения, трансферты и т.д. Такие отчисления условно названы «общественной нагрузкой» или «налогом».

- Поведение участников группы рационально в следующем смысле: если отчисления региона фиксированы, то, рассматривая затраты труда и уровень потребления как неизвестные величины, можно считать, что соотношение между ними определяется так, что максимизируется некоторая целевая функция, например функция полезности.

Принятые обозначения:

$k$  – номер группы (региона);

$N_k$  – численность группы;

$\ell_k$  – интенсивность труда отдельного участника  $k$ -ой группы;

$T_k$  – предельная (максимально возможная) интенсивность труда отдельного участника  $k$ -ой группы (трудовой потенциал);

$x_k$  – объём потребления отдельного участника  $k$ -ой группы;

$a_k$  – производительность труда при единичной интенсивности труда;

$a_k \cdot \ell_k$  – выпуск продукции отдельным участником  $k$ -ой группы;

$X_k^o$  – минимальное количество продукта, которое обязана произвести группа;

$\lambda_k$  – некоторый строго положительный параметр, устанавливающий связь между доходом индивида и численностью его группы, условно названный «привлекательностью» группы;

$p$  – цена продукта (формируется общим рынком);

$q_k$  – денежные отчисления («налог», «общественная нагрузка»).

Предполагается, что в рыночных условиях выполнено следующее бюджетное ограничение:  $p \cdot x_k = p \cdot a_k \cdot \ell_k - q_k$ .

Функция полезности участника  $k$ -ой группы имеет вид:

$$U_k(x_k, \ell_k) = \ln(x_k) + b_k \cdot \ln(T_k - \ell_k),$$

где  $b_k$  – некоторый коэффициент индивидуального соизмерения полезностей труда и потребления.

При указанном бюджетном ограничении функция полезности максимизируется в точке:

$$x_k = \frac{a_k \cdot T_k - q_k}{1 + b_k}, \ell_k = \frac{a_k \cdot T_k + b_k \cdot q_k}{a_k \cdot (1 + b_k)} \quad (1)$$

В работе используются два типа моделей экономического равновесия: локальное и общее равновесие.

**Определение.** Локальным равновесием  $k$ -ой группы назовём такой набор переменных  $x_k^*$ ,  $\ell_k^*$ ,  $p^*$ ,  $q_k^*$ , при котором выполняются условия:

1) локальный баланс:

$N_k \cdot (a_k \cdot \ell_k^* - x_k^*) = X_k^o$  (важно, что здесь фиксирована «нагрузка» на данную группу);

2) гиперболическое распределение по доходу в группе:

$$N_k = \frac{\lambda_k}{p^* \cdot x_k^*};$$

3) максимизация функции полезности участников группы:

$$U(x_k^*, \ell_k^*) \geq U(x_k, \ell_k), \quad (2)$$

$$\text{где } p^* \cdot x_k^* = p^* \cdot a_k \cdot \ell_k^* - q_k^*.$$

Нетрудно увидеть (см. [4]), что при заданных параметрах  $N_k, X_k^0, T_k, a_k, b_k, \lambda_k$  локальное равновесие существует и единственно.

В случае, когда все группы (регионы) связаны совместным рынком производства и потребления продукции, имеет смысл говорить об общем межгрупповом равновесии.

**Определение.** Межгрупповым общим равновесием назовём совокупность переменных состояния системы  $\{x_k^*, \ell_k^*\}$  и ценовых параметров  $p^*, q_1^*, q_2^*, \dots, q_k^* > 0$ , которые удовлетворяют условиям:

1) общий баланс:

$$\sum_k N_k \cdot (a_k \cdot \ell_k^* - x_k^*) = X^0. \quad (3)$$

(здесь фиксирована лишь общая «нагрузка»);

2) гиперболическое распределение по доходу во всех группах:

$$N_k = \frac{\lambda_k}{p^* \cdot x_k^*}; \quad (4)$$

3) максимизация функций полезности участников всех групп:

$$U_k(x_k^*, \ell_k^*) \geq U_k(x_k, \ell_k) \text{ для всех } x_k, \ell_k, \text{ таких, что}$$

$$p^* \cdot x_k^* \leq p^* \cdot a_k \cdot \ell_k^* - q_k^*.$$

Доказано [4], что при выполнении условий а)  $\sum_k N_k \cdot a_k \cdot T_k > X^0$

б)  $U_k(x_k, \ell_k) = \ln(x_k) + b_k \cdot \ln(T_k - \ell_k)$  общее межгрупповое равновесие существует и единственно и может быть найдено по формулам:

$$p^* = \frac{\sum_k \lambda_k \cdot (1 + b_k)}{\sum_k a_k \cdot T_k \cdot N_k - X^0}, \quad (5)$$

$$q_k^* = a_k \cdot T_k \cdot p^* - \frac{\lambda_k \cdot (1 + b_k)}{N_k},$$

$$x_k^* = \frac{a_k \cdot T_k - \frac{q_k^*}{p^*}}{1 + b_k},$$

$$\ell_k^* = \frac{a_k \cdot T_k + b_k \cdot \frac{q_k^*}{p^*}}{a_k \cdot (1 + b_k)}.$$

При этом параметры общего равновесия образуют локальное равновесие для каждой группы (региона), а равновесные потребление и интенсивность труда  $\{x_k^*, \ell_k^*\}$  максимизируют функцию общественного благосостояния  $W = \sum_k \lambda_k \cdot U_k(x_k, \ell_k)$ .

Если в конкретный момент времени  $t$  равновесие нарушается, величина «налога»  $q$  будет меняться до тех пор, пока не достигнет необходимого значения при данном  $p$ . При этом предполагается, что в каждый момент времени  $t$  цена  $p$  и «налог»  $q$  формируют следующие характеристики:

1)  $x(p, q)$  – объём потребления отдельного участника;

2)  $\ell(p, q)$  – интенсивность труда;

3)  $n(p, q) = \frac{\lambda}{p \cdot x(p, q)}$  – предложение

труда в объёме текущей численности группы.

Механизм корректировки цены и налога во времени в процессе поддержания локального равновесия может быть описан системой двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \mu \cdot \left( X^0 - \frac{q}{p} \cdot \frac{\lambda \cdot (1 + b)}{a \cdot T \cdot p - q} \right), \\ \frac{dq}{dt} = \nu \cdot \left( a \cdot T \cdot p - \frac{\lambda \cdot (1 + b)}{N} - q \right) \end{cases} \quad (6)$$

Условием устойчивости локального равновесия является выполнение неравенства:

$$\frac{\mu}{\nu} > \frac{a \cdot T \cdot N \cdot X^0 - (X^0)^2}{\lambda \cdot (1+b)}.$$

Процесс поддержания рыночным механизмом общего равновесия описывается системой из  $k+1$  дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d p}{d t} = \mu \cdot \left( X^0 - \sum_k \frac{\lambda_k \cdot (1+b_k)}{a_k \cdot T_k \cdot p - q_k} \cdot \frac{q_k}{p} \right) \\ \frac{d q_1}{d t} = \nu_1 \cdot \left( a_1 \cdot T_1 \cdot p_1 - \frac{\lambda_1 \cdot (1+b_1)}{N_1} - q_1 \right) \\ \dots \\ \frac{d q_k}{d t} = \nu_k \cdot \left( a_k \cdot T_k \cdot p_k - \frac{\lambda_k \cdot (1+b_k)}{N_k} - q_k \right) \end{cases} \quad (7)$$

Оценка устойчивости общего межгруппового равновесия является более сложной задачей по сравнению с оценкой устойчивости локальных равновесий и может быть решена путём нахождения собственных значений матрицы частных производных от функций, представленных в правых частях дифференциальных уравнений системы (матрицы размером  $(k+1) \times (k+1)$ ). При этом условием устойчивости будет являться отрицательность действительных частей всех  $(k+1)$  собственных чисел данной матрицы.

Таким образом, использование описанной модели на реальных данных предоставит возможность оценивать не только характеристики экономического равновесия, но и устойчивость общего и локальных равновесий, а также вероятные изменения перечисленных показателей в динамике.

## 2. Исходные данные

Применение описанной модели для реальных расчётов требует придания её параметрам конкретных значений, вследствие чего возникает проблема создания и обоснования определённой процедуры «оцифровки» параметров модели.

Для оценки характеристик экономического равновесия в регионах Северо-Западного федерального округа использовались данные о валовом региональном продукте, конечном потреблении населения, оплате труда, численности занятых и безработных, представленные на официальном сайте Федеральной службы государственной статистики, а также материалы статистических сборников. При этом с целью обеспечения возможности сопоставления данных по годам все денежные показатели были пересчитаны в ценах 2000 г.

Конкретно процедура «оцифровки» параметров модели была следующей:

*Шаг 1.* Каждому региону Северо-Западного федерального округа (СЗФО) присваивался номер  $k$  – им может быть номер по порядку в перечне субъектов СЗФО в статистических сборниках.

*Шаг 2.* По данным Федеральной службы государственной статистики находились значения таких переменных, как  $Y$  – валовой региональный продукт;  $X$  – фактическое конечное потребление домашних хозяйств;  $S$  – фонд заработной платы, начисленной работникам списочного состава и внешним совместителям;  $L$  – среднегодовая численность занятых в экономике;  $B$  – численность безработных. Все показатели брались за период с 2000 по 2008 год в сопоставимом виде.

*Шаг 3.* Численности групп принимались равными объёму занятых:  $N_k = L_k$ .

*Шаг 4.* Предполагалось, что интенсивность труда отражается в его оплате, поэтому для одного занятого она рассчитывалась как:

$$\ell_k = \frac{S_k}{L_k}.$$

*Шаг 5.* Расчёт максимально возможной интенсивности труда:

$$T_k = \frac{S_k \cdot (L_k + B_k)}{(L_k)^2}.$$

*Шаг 6.* Расчёт объёма потребления отдельного участника:

$$x_k = \frac{X_k}{L_k}$$

(считается, что весь объём фактического конечного потребления домашних хозяйств приходится на занятых в экономике).

*Шаг 7.* Расчёт минимального количества продукта, которое обязан произвести регион:  $X_k^0 = Y_k - X_k$  (для локального равновесия; для общего равновесия:

$$X^0 = \sum_k X_k^0).$$

*Шаг 8.* Расчёт производительности труда при единичной интенсивности труда:

$$a_k = \frac{Y_k}{S_k}$$

(выпуск на единицу оплаты труда).

*Шаг 9.* Расчёт коэффициента индивидуального соизмерения полезностей труда и потребления:

$$b_k = \frac{Y_k \cdot B_k}{X_k \cdot L_k}.$$

Эта формула получена из предположения, что состояние каждого региона оптимально в смысле максимизации его функции полезности.

*Шаг 10.* Расчёт привлекательности региона:

$$\lambda_k = \frac{X_k \cdot 10000}{\sum_k X_k}$$

(множитель 10000 использовался с целью увеличения масштаба). Так как общее равновесие Парето – оптимально, существуют эти коэффициенты, соизмеряющие полезности регионов и указывающие «привлекательность» для формирования численностей занятых.

Таким образом, все параметры модели приняли конкретный смысл и числовое выражение. Исходные данные представлены в *приложении*.

Далее при расчётах принимается, что наблюдаемое положение регионов СЗФО образует равновесие в смысле описанной выше модели.

### **3. Концепция анализа устойчивости рынка по данным статистической отчётности**

Использование для эмпирического анализа динамических уравнений (7), описывающих процесс «нащупывания» стационарного равновесия, сталкивается с методологическими и методическими трудностями.

Во-первых, как интерпретировать равновесные цены  $p^*$ , определяющие зависящие от них «налоги»  $q^*$ ?

Во-вторых, как подойти к эмпирической оценке «скоростей» реакции рынка  $\mu$  и  $\nu$ ?

В-третьих, как описать эту динамику стационарных равновесий?

Ответ на эти вопросы мы даём, конкретизируя представления о процессе развития экономики регионов в терминах однопродуктовой модели.

Будем считать, что все параметры модели ( $a, b, T, \dots$ ) меняются экзогенно известным нам образом. «Медленное» время меняется дискретно: 2000, 2001, ..., 2008 год. В каждый такой момент система регионов находится в экономическом равновесии. Это равновесие достигается в результате процесса (7) в течение «быстрого» времени, когда из состояния, определяемого параметрами  $a(t), b(t), T(t), \dots$ , но оцениваемого ценами предыдущего равновесия  $p^*(t-1), q^*(t-1)$ , система переходит в новое равновесие  $p^*(t), q^*(t)$ . Этот переход осуществляется со «скоростями»  $\mu$  и  $\nu$ . Обозначив правые части системы (7) через  $F(p, q)$  и  $Gk(p, q)$  (здесь  $q$  – набор трансфертов-«налогов»), мы получаем:

$$\Delta p = \mu \cdot \Delta F,$$

$$\Delta q = \nu \cdot \Delta G.$$

Из этих соотношений могут быть рассчитаны  $\mu$  и  $\nu$ .

Что касается содержательного смысла равновесной цены  $p^*$ , то заметим, что её значение пропорционально всем величинам  $\lambda$  (см. формулу (4)).

Поэтому мы можем выбирать удобный для нас масштаб. В частности, поделив все  $\lambda$  на  $p^*$ , мы получим равновесную цену, равную 1. Т. е. принимаем, что все статистические данные измерены в ценах равновесия. При этом все выводы об устойчивости полностью сохраняют свою силу.

#### 4. Результаты расчётов

Оценка равновесных цены и «налога» показала, что в период с 2000 по 2008 г. рыночное функционирование регионов Северо-Западного федерального округа характеризовалось снижением цены с одновременным спадом «общественной нагрузки» во всех регионах округа (табл. 1). Так, в Санкт-Петербурге за рассматриваемые 9 лет «налог» снизился в 8,7 раза, при этом цена совокупного продукта упала в 2,4 раза.

В среднем за период наибольшим «налогом» облагались занятые в Вологодской области, наименьшим – в Псковской. При этом отрицательные значения «общественной нагрузки» в Псковской области объясняются тем, что данная область является дотационной.

Отметим, что поскольку равновесное состояние максимизирует общественную полезность

$$W = \sum_k \lambda_k \cdot U_k(x_k, \ell_k),$$

то величина равновесной цены показывает значение множителя Лагранжа соответствующей задачи максимизации. Оно отражает относительную ценность единицы производимого и потребляемого в федеральном округе продукта с точки зрения общественной полезности. Падение этой цены во времени означает соответствующее уменьшение ценности, что отражает в определённой степени процент дисконтирования. Заметим, это падение происходит на фоне роста масштаба производства и потребления в регионах. «Налог»  $q$  (цена нагрузки) является как бы платой каждого занятого за участие в экономической жизни района, стоимостью одного рабочего места. В рыночном процессе (описываемом соответствующим дифференциальным уравнением) эта стоимость колеблется в зависимости от того, как соотносится количество желающих трудиться ( $N_k$ ) с количеством рабочих мест ( $L_k$ ).

Снижение «налога» сопровождалось повышением предельной интенсивности труда (трудового потенциала) во всех регионах. За период с 2000 по 2008 г. трудовой

Таблица 1. Динамика цены продукта ( $p$ ) и «налога» ( $q$ )

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
<i>Цена (p)</i>									
СЗФО	0,029	0,026	0,024	0,022	0,019	0,017	0,015	0,013	0,012
<i>«Налог» (q)</i>									
Республика Карелия	1,051	0,915	0,779	0,685	0,520	0,457	0,310	0,383	0,201
Республика Коми	1,948	1,539	1,109	1,106	0,874	0,701	0,646	0,487	0,478
Архангельская область	1,646	1,384	1,171	1,202	1,424	1,282	1,142	1,186	0,975
Вологодская область	2,020	1,732	1,53	1,531	1,511	1,296	1,106	1,030	0,828
Калининградская область	0,199	0,298	0,219	0,285	0,309	0,149	0,079	0,125	0,077
Ленинградская область	1,212	1,103	1,214	1,391	1,173	0,980	0,940	0,875	0,854
Мурманская область	1,740	1,547	1,248	1,109	0,946	0,704	0,553	0,453	0,289
Новгородская область	0,612	0,697	0,488	0,514	0,461	0,349	0,230	0,167	0,089
Псковская область	0,296	0,171	-0,013	-0,14	-0,223	-0,271	-0,355	-0,257	-0,342
г. Санкт-Петербург	0,628	0,463	0,562	0,584	0,381	0,148	0,076	0,092	0,072
Источник: расчёты авторов.									

потенциал участников рынка Вологодской области возрос в 2,1 раза. При этом по среднему за период значению предельной интенсивности труда область находилась только на 6 месте среди регионов СЗФО. Наибольшим трудовым потенциалом отличалась Республика Коми, наименьшим – Псковская область (табл. 2).

Оценка экономической привлекательности регионов СЗФО показала, что в течение всего исследуемого периода наиболее привлекательным для участников рынка выглядел город Санкт-Петербург: значения соответствующего параметра  $\lambda$  превосходили показатели других регионов в среднем в 5 – 12 раз (табл. 3). Кроме того, привлекательность Санкт-Петербурга возросла на 15%. Рост привлекательности характерен также в целом для Ленинградской области. Большинство остальных регионов СЗФО, не отличаясь высокими зна-

чениями  $\lambda$ , за рассматриваемые 9 лет ещё более снизили свою экономическую привлекательность (например, Мурманская область – на 27%). Наименее привлекательной являлась Новгородская область.

В исследуемый период наблюдался спад производительности труда (понимаемой как объём выпуска на единицу оплаты труда) при единичной интенсивности (параметр  $a$ ) во всех регионах СЗФО (табл. 4). Наибольшая производительность труда при единичной интенсивности в среднем за период зафиксирована в Ленинградской области. Наименьшей производительностью характеризовались занятые в экономике Псковской области.

Оценка устойчивости общего межгруппового и локальных равновесий показала, что в 2001, 2004, 2005, 2006 и 2007 гг. общий и почти все локальные рынки были неустойчивыми (табл. 5). Примечательно, что

Таблица 2. Предельная интенсивность труда («трудоу потенциал»)

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	29,597	32,114	37,456	38,923	42,397	48,904	51,558	59,581	60,973
Республика Коми	44,609	52,564	54,814	58,361	61,303	66,777	74,184	79,593	77,769
Архангельская область	30,136	33,228	37,353	42,079	46,878	51,343	54,498	60,269	60,341
Вологодская область	27,466	32,026	34,755	37,367	44,772	49,393	53,534	58,199	58,643
Калининградская область	18,020	20,434	24,991	27,525	27,352	29,235	36,371	42,118	49,374
Ленинградская область	22,694	26,492	31,575	33,84	35,558	39,649	41,716	47,838	45,152
Мурманская область	43,14	48,885	52,261	52,324	54,427	58,439	63,873	71,485	72,055
Новгородская область	17,773	20,742	24,968	27,694	30,931	34,532	40,469	45,276	45,808
Псковская область	15,167	17,853	21,611	24,657	25,062	28,826	32,149	37,288	35,401
г. Санкт-Петербург	26,687	31,121	39,145	41,368	45,097	49,871	58,239	69,741	67,379

Источник: расчёты авторов.

Таблица 3. Привлекательность региона ( $\lambda$ )

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	467,605	451,057	468,723	462,371	450,196	421,711	432,363	400,418	398,196
Республика Коми	849,596	965,564	948,777	913,128	899,835	840,159	822,57	793,539	744,278
Архангельская область	835,757	882,717	855,003	865,259	838,717	813,969	799,85	804,17	813,274
Вологодская область	773,161	770,186	751,059	732,356	700,727	657,989	665,541	652,188	632,684
Калининградская область	601,542	508,561	530,351	518,954	492,59	492,548	534,982	565,512	563,337
Ленинградская область	782,258	802,804	792,929	783,206	840,175	879,032	879,834	873,931	840,966
Мурманская область	865,074	798,639	750,482	745,121	696,034	669,005	648,804	632,692	634,958
Новгородская область	420,719	396,402	391,669	370,269	348,755	330,752	334,646	338,293	359,138
Псковская область	376,84	369,127	405,94	435,519	436,918	402,293	408,32	364,535	377,161
г. Санкт-Петербург	4 027,0	4 055,0	4 105,0	4 174,0	4 296,0	4 493,0	4 473,0	4 575,0	4 636,0

Источник: расчёты авторов.

Таблица 4. Производительность труда при единичной интенсивности (а)

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	3,127	2,927	2,640	2,514	2,362	2,237	2,097	2,016	1,938
Республика Коми	3,315	3,044	2,695	2,680	2,657	2,514	2,478	2,242	2,316
Архангельская область	3,973	3,605	3,199	3,124	3,359	3,275	3,224	3,247	3,323
Вологодская область	4,404	3,869	3,547	3,426	3,288	3,057	2,936	2,788	2,737
Калининградская область	3,711	3,149	2,759	2,695	2,893	2,764	2,402	2,402	2,272
Ленинградская область	3,873	3,479	3,366	3,629	3,639	3,584	3,690	3,327	3,824
Мурманская область	3,450	3,064	2,708	2,697	2,671	2,498	2,295	2,096	2,094
Новгородская область	4,035	3,846	3,142	2,909	2,789	2,594	2,321	2,160	2,282
Псковская область	3,640	3,086	2,643	2,371	2,330	2,068	1,970	1,751	1,948
г. Санкт-Петербург	3,149	2,747	2,538	2,627	2,54	2,46	2,271	2,114	2,392

Источник: расчёты авторов.

Таблица 5. Устойчивость общего и локальных равновесий

Регион	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
<i>Общее равновесие</i>								
СЗФО	–	+	+	–	–	–	–	+
<i>Локальные равновесия</i>								
Республика Карелия	–	–	–	–	–	–	–	+
Республика Коми	+	+	–	–	–	–	–	–
Архангельская область	–	–	–	–	–	–	–	+
Вологодская область	–	–	–	–	–	–	–	+
Калининградская область	–	–	–	–	+	–	–	+
Ленинградская область	–	–	–	–	–	–	–	–
Мурманская область	–	+	–	–	–	–	–	+
Новгородская область	–	+	–	–	–	–	–	+
Псковская область	+	+	+	+	+	+	+	+
г. Санкт-Петербург	+	–	–	+	+	–	–	–

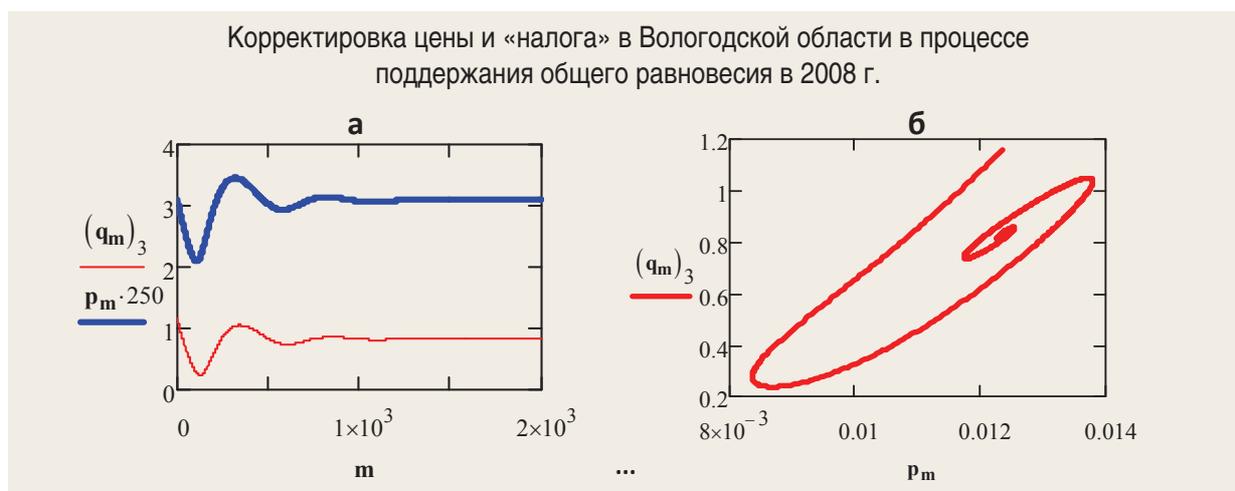
Примечание. Плюсами обозначены устойчивые равновесия.  
Источник: расчёты авторов.

в предкризисные 2004 – 2007 гг. не зафиксировано ни одного устойчивого общего равновесия. Возможно, длительная неустойчивость (в данном случае – 4 года) является спецификой экономического поведения регионов в предкризисный период, т.е. служит предвестником кризиса и своеобразным индикатором «нездорового» развития региональной экономики.

Конечно, однозначно интерпретировать неустойчивость нельзя: она может отражать или состояние Российской Федерации в целом, поскольку каждый регион является её частью, или специфику конкретного региона. В любом случае неустойчивость означает, что регион не способен

успешно справиться со своими экономическими проблемами. Так, неустойчивость общего рынка регионов СЗФО свидетельствует о том, что округ в целом не может функционировать изолированно от других округов. В то же время в Псковской области устойчивость локального рынка объясняется вовсе не рациональным хозяйствованием, а поддержанием равновесия за счёт механизма дотаций.

Наибольшее количество устойчивых локальных равновесий было отмечено в 2008 году. При этом локальный рынок Ленинградской области выделялся среди всех локальных рынков регионов СЗФО своей неустойчивостью: экономическое



равновесие в этом регионе не удовлетворяло критерию устойчивости в течение всего периода с 2001 по 2008 г. Локальное равновесие Вологодской области было устойчивым лишь в 2008 г. (см. табл. 5).

Устойчивость общего межгруппового равновесия в 2008 г. и наибольшее количество устойчивых локальных равновесий могут свидетельствовать об оптимизации экономического поведения регионов округа, повышении рациональности этого поведения в условиях кризиса.

На рисунке отражён механизм корректировки цены и налога в Вологодской области во времени в процессе поддержания общего равновесия в 2008 г. Так как рынок устойчив, то цены и денежные трансферты при отклонении от равновесных значений не уходят от них, а стремятся к ним вернуться (*рис. а* (затухающие волны) — графики цены и налога в зависимости от времени; *рис. б* (спираль) — график налога в зависимости от цены).

Таким образом, моделирование равновесного функционирования экономики

в Северо-Западном федеральном округе на основе применения математических моделей поведения однородных групп «производители — потребители» показало, что основными тенденциями развития регионального рынка труда являются:

- снижение цены совокупного продукта;
- спад «общественной нагрузки» на занятое население («налог»);
- повышение предельной интенсивности труда, свидетельствующее об увеличении трудового потенциала;
- спад производительности труда при единичной интенсивности;
- снижение экономической привлекательности большинства регионов СЗФО при её увеличении в г. Санкт-Петербурге.

При этом достигавшееся равновесие в большинстве случаев было неустойчивым.

Перечисленные процессы неминуемо отразятся на изменении предложения труда, трудовой миграции, готовности занятых в экономике трудиться с определённой интенсивностью и повышать её, более полно использовать трудовой потенциал.

### Литература

1. Гаврилец, Ю.Н. Модель равновесного функционирования экономики с переменной структурой населения / Ю.Н. Гаврилец // Экономика и математические методы. — 1994. — Т. 30. — № 2.
2. Гаврилец, Ю.Н. Соизмерение интересов и ценовое регулирование экономики с переменной структурой населения (модельный анализ) / Ю.Н. Гаврилец // Экономика и математические методы. — 1996. — Т. 32. — № 1.

3. Гаврилец, Ю.Н. Кластерная модель экономического равновесия с подвижной социальной структурой / Ю.Н. Гаврилец, Р.И. Ананьева // труды Международной юбилейной сессии научного семинара «Многомерный статистический анализ и вероятностное моделирование реальных процессов». — М.: ЦЭМИ РАН, 2009.

4. Гаврилец, Ю.Н. Модель межрегионального рыночного взаимодействия без обмена трудовыми ресурсами / Ю.Н. Гаврилец, Ю.П. Офман // Montenegrin journal of economics. — 2009. — №10.

### Приложение

Валовой региональный продукт (Y), значение показателя за год в ценах 2000 года, миллионов рублей

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	28 214,6	29 004,6	31 180,0	31 678,8	32 629,2	34 880,6	36 659,5	39 775,6	37 945,9
Республика Коми	59 473,1	64 171,5	61 989,6	64 407,2	67 692,0	70 399,7	76 454,1	76 148,2	78 661,1
Архангельская область	61 806,9	65 391,7	66 438,0	71 885,9	87 269,5	95 123,7	101 972,6	114 413,3	114 413,3
Вологодская область	69 195,5	70 510,2	72 273,0	75 597,5	82 854,9	86 583,4	90 739,4	95 367,1	92 220,0
Калининградская область	23 290,3	24 035,6	26 319,0	28 766,6	32 391,2	33 557,3	38 691,6	46 391,2	48 571,6
Ленинградская область	56 001,9	60 706,1	70 540,4	80 627,7	87 642,3	96 056,0	106 814,3	113 543,6	119 561,4
Мурманская область	55 135,0	56 017,2	54 896,8	55 500,7	57 609,7	58 992,3	60 585,1	61 918,0	61 794,2
Новгородская область	20 965,5	23 523,3	23 099,9	23 908,4	25 462,4	26 430,0	27 487,2	28 999,0	31 376,9
Псковская область	16 178,9	16 211,3	17 021,8	17 532,5	18 619,5	18 675,3	19 590,4	20 687,5	21 328,8
г. Санкт-Петербург	188 243,0	196 902,2	231 360,1	251 025,7	268 848,5	291 162,9	315 329,4	356 637,6	389 804,9

Источник: расчёты авторов по данным сайта Федеральной службы государственной статистики и сборника «Регионы России. 2009», для пересчёта использован индекс физического объёма ВРП.

Фактическое конечное потребление домашних хозяйств (X), значение показателя за год в ценах 2000 года, миллионов рублей

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	15 931,6	17 197,1	19 858,5	20 799,4	23 200,9	25 306,4	29 259,7	29 729,7	32 247,4
Республика Коми	28 946,2	36 813,2	40 196,9	41 076,4	46 373,0	50 416,9	55 666,6	58 917,6	60 274,5
Архангельская область	28 474,7	33 654,6	36 224,0	38 923,0	43 223,3	48 845,3	54 129,0	59 706,9	65 862,1
Вологодская область	26 342,0	29 364,2	31 820,2	32 944,5	36 112,0	39 485,1	45 039,8	48 422,7	51 237,2
Калининградская область	20 494,9	19 389,5	22 469,4	23 344,7	25 385,7	29 557,2	36 204,4	41 987,3	45 621,2
Ленинградская область	26 652,0	30 607,8	33 594,1	35 231,9	43 298,5	52 749,7	59 541,8	64 886,4	68 104,7
Мурманская область	29 473,5	30 449,0	31 795,8	33 518,7	35 870,1	40 146,2	43 907,2	46 975,2	51 421,4
Новгородская область	14 334,1	15 113,3	16 593,9	16 656,3	17 973,1	19 848,0	22 646,8	25 117,1	29 084,4
Псковская область	12 839,1	14 073,4	17 198,5	19 591,5	22 516,6	24 141,1	27 632,7	27 065,5	30 544,0
г. Санкт-Петербург	137 217,3	154 599,3	173 919,8	187 756,0	221 397,3	269 592,0	302 711,6	339 657,6	375 441,6

Источник: расчёты авторов по данным сайта Федеральной службы государственной статистики и сборника «Регионы России. 2009», для пересчёта использован индекс потребительских цен.

Фонд заработной платы, начисленной работникам списочного состава и внешним совместителям (S), значение показателя за год в ценах 2000 года, миллионов рублей

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	9 023,7	9 908,1	11 810,4	12 601,7	13 811,5	15 593,1	17 479,9	19 734,8	19 576,9
Республика Коми	17 941,0	21 080,6	22 999,0	24 033,9	25 476,0	27 998,1	30 853,9	33 970,1	33 970,1
Архангельская область	15 557,3	18 139,8	20 770,1	23 013,3	25 982,0	29 047,9	31 633,1	35 239,3	34 428,8
Вологодская область	15 712,4	18 226,4	20 377,1	22 068,4	25 202,1	28 327,2	30 905,0	34 211,8	33 698,6
Калининградская область	6 276,2	7 631,8	9 539,8	10 675,0	11 198,1	12 138,7	16 108,1	19 313,6	21 380,1
Ленинградская область	14 458,3	17 451,1	20 958,8	22 216,3	24 082,5	26 803,8	28 948,1	34 129,9	31 263,0
Мурманская область	15 980,6	18 281,8	20 274,5	20 578,6	21 566,4	23 615,2	26 401,8	29 543,6	29 514,1
Новгородская область	5 196,2	6 116,0	7 351,4	8 218,8	9 131,1	10 190,3	11 841,2	13 427,9	13 750,2
Псковская область	4 444,5	5 253,4	6 440,7	7 393,9	7 992,8	9 031,9	9 944,1	11 813,6	10 951,2
г. Санкт-Петербург	59 776,9	71 672,5	91 167,4	95 543,5	105 862,1	118 353,9	138 829,1	168 677,4	162 942,3

Источник: расчёты авторов по данным сайта Федеральной службы государственной статистики и сборника «Регионы России. 2009», для пересчёта использованы данные Росстата о реальной начисленной заработной плате в процентах к предыдущему году.

## Среднегодовая численность занятых в экономике (L), тысяч человек

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	343,1	338,6	342,9	353,1	351,7	349	352,5	353,7	350,4
Республика Коми	459,9	466,4	463,9	468,9	473,5	474,9	475,4	476,1	475,4
Архангельская область	594,4	601,3	609	609,7	600,4	601,5	618,9	621,4	615,1
Вологодская область	622,6	623	623,9	619,2	600,4	605,7	610,4	613,7	611,3
Калининградская область	413,2	409,1	414	422,7	440,1	446,8	464,8	475,9	475,8
Ленинградская область	710,6	715,8	718,3	725,3	733,6	736,6	743,4	748,7	743,6
Мурманская область	432,9	433,5	436,8	440,6	446	445,8	445,8	444	442,9
Новгородская область	318,1	316,3	315	313,8	314,9	313,9	310,5	313,6	316,3
Псковская область	331,1	327,5	323,8	326,5	338,7	336,6	334,3	333,9	332,6
г. Санкт-Петербург	2 383,7	2 397,2	2 412	2 410,2	2 414,5	2 427	2 445,2	2 473,4	2 472,1

Источник: Регионы России. 2009. – С. 106.

## Численность безработных (B), тысяч человек

Регион	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.
Республика Карелия	43	33	30	32	28	33	14	24	32
Республика Коми	66	76	49	65	66	63	68	55	42
Архангельская область	90	61	58	70	50	38	41	39	48
Вологодская область	55	59	40	30	40	34	35	27	39
Калининградская область	77	39	35	38	33	34	23	18	47
Ленинградская область	82	62	59	76	61	66	53	37	55
Мурманская область	73	69	55	53	56	46	35	33	36
Новгородская область	28	23	22	18	21	20	19	18	17
Псковская область	43	37	28	29	21	25	27	18	25
г. Санкт-Петербург	153	98	86	105	69	55	63	56	55

Источник: Регионы России. 2009. – С. 130.